Laboratorio di Fisica

dott. G. Casini

ARGOMENTO 1:

Misura delle grandezze fisiche

LDFM
Laboratorio di Fisica

presentazione realizzata
dal prof. Antonio Covello

indice

Strumenti di misura

In generale, gli strumenti di misura sono dei dispositivi che traducono una sollecitazione ricevuta in una variazione di un'altra grandezza più facilmente misurabile.

Strumenti tarati: sono dotati di un indice che può muoversi su una scala di valori.

In generale, i componenti fondamentali degli strumenti di misura sono:

ELEMENTO RIVELATORE

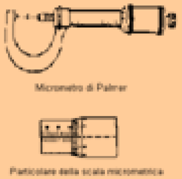
TRASDUTTORE

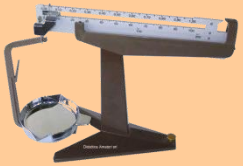
DISPOSITIVO DI VISUALIZZAZIONE

Caratteristiche degli strumenti

Ogni strumento è caratterizzato dall'intervallo di funzionamento, ovvero: tutti i valori compresi fra il massimo e minimo della grandezza in esame che lo strumento è in grado di fornire.

- Prontezza
- Sensibilità
- Fondo scala o portata
- Risoluzione
- Precisione
- Giustezza

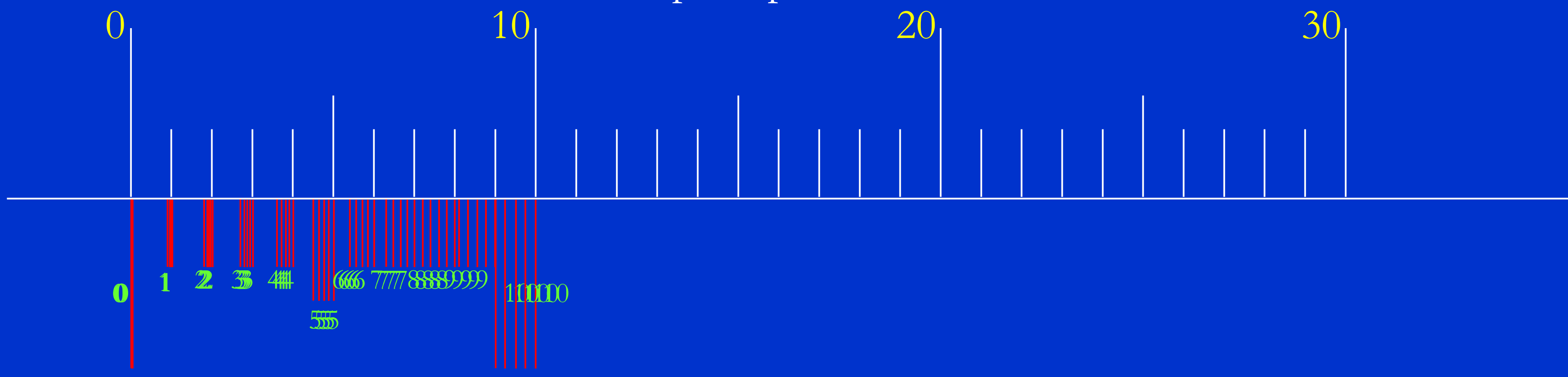




Il Nonio

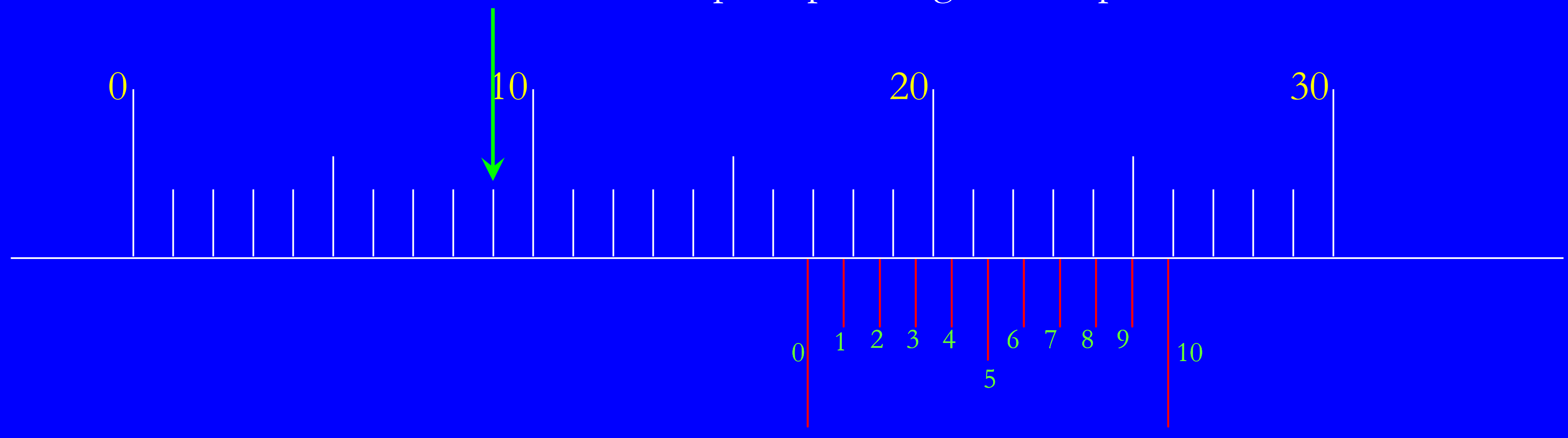
Nonio decimale

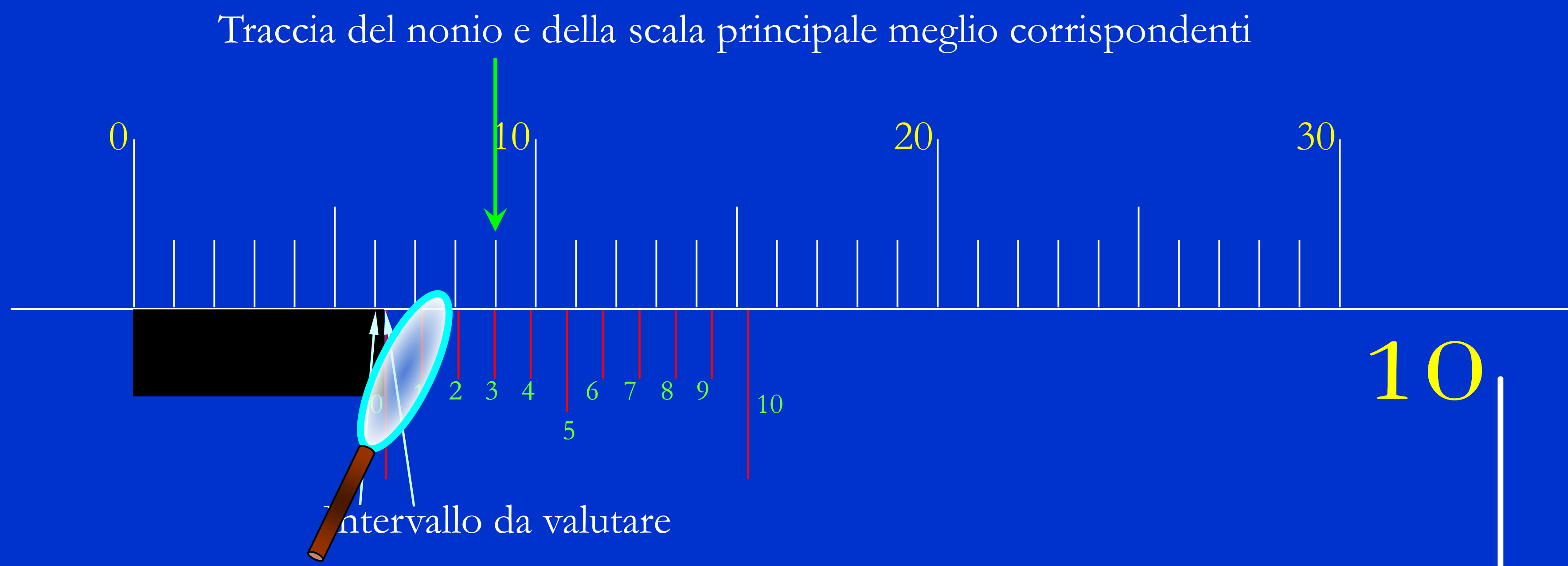
Scala principale in mm



Scala del nonio in cui ogni divisione è 9/10 mm

Traccia del nonio e della scala principale meglio corrispondenti

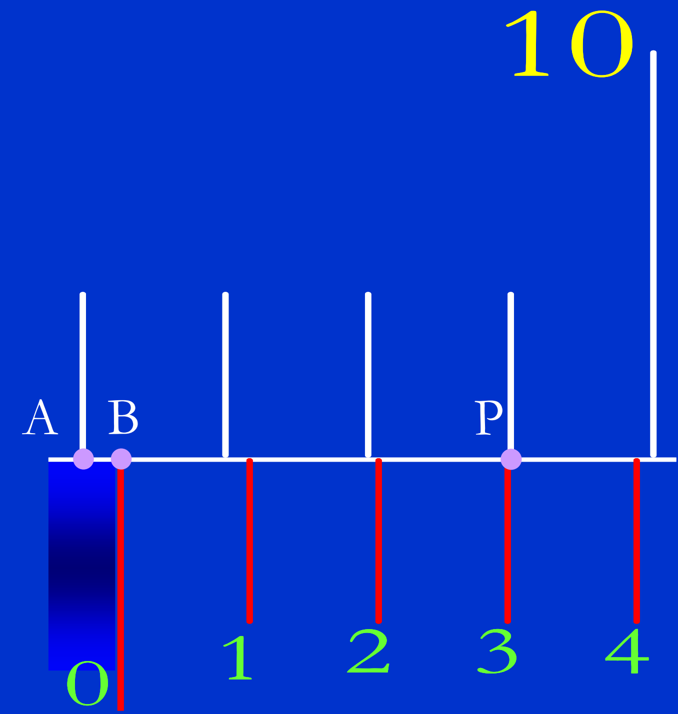




$$AB=AP - BP$$

$$AB = 3\cdot 1mm - 3\cdot\frac{9}{10}mm =$$

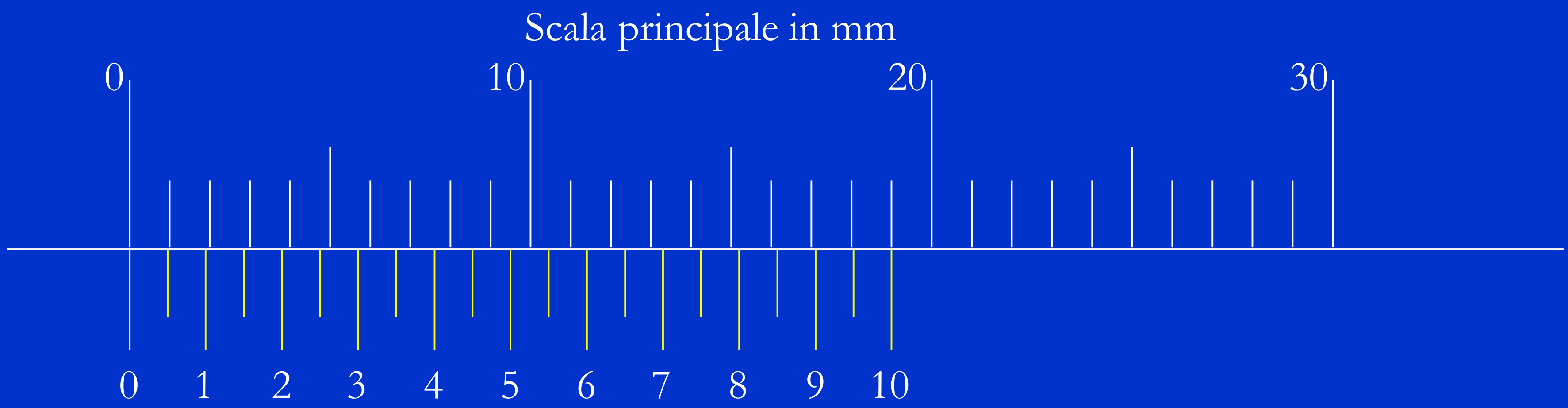
$$= \frac{30-27}{10}mm = 0{,}3\ mm$$



La misura totale sarà: OB = 6mm + 0,3mm = 6,3mm

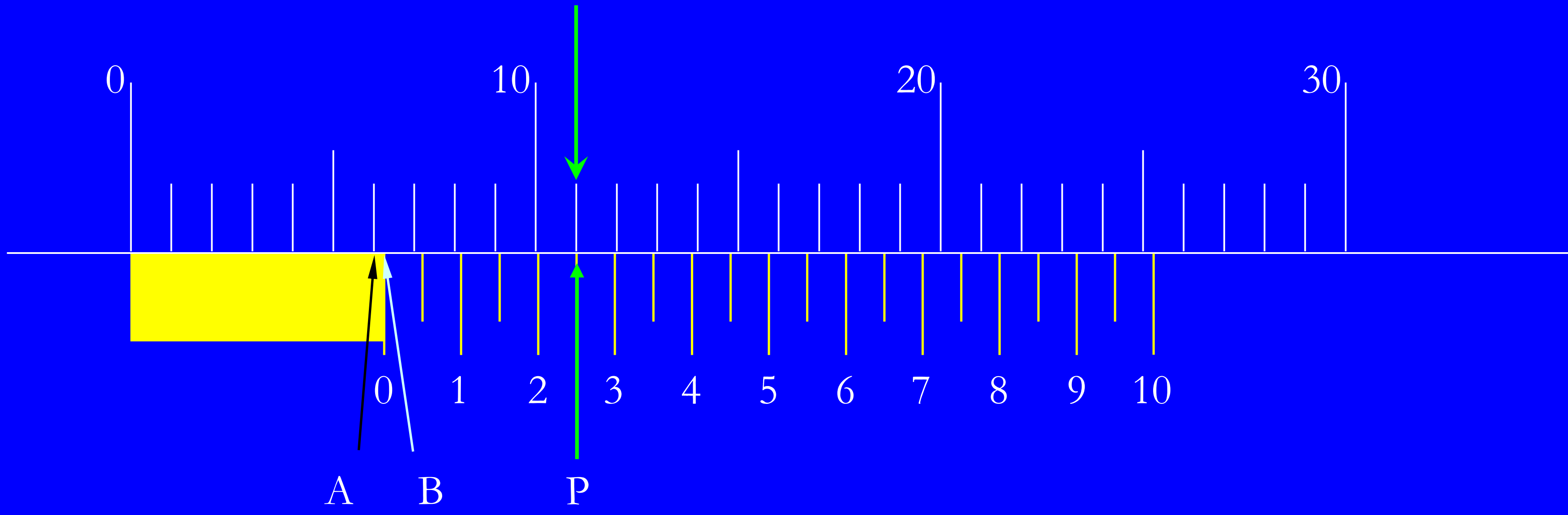
Considerando l'errore di lettura: $OB = (6{,}3 \pm 0{,}1)mm$

Nonio ventesimale



Scala del nonio in cui ogni divisione è 19/20 mm

Traccia del nonio e della scala principale meglio corrispondenti



$$AB = AP - BP$$

$$AB = 5 \cdot 1\text{mm} - 5 \cdot \frac{19}{20}\text{mm} =$$

$$= \frac{100\text{-}95}{20}\text{mm} = 0{,}25\ \text{mm}$$

La misura totale sarà: OB = 6mm+0,25mm = 6,25mm

Considerando l'errore di lettura: OB = (6,25 ± 0,05)mm

Nonio ventesimale

Errori di misura

Errore di misura non ha il significato di sbaglio nell'eseguire una misura.

La determinazione sperimentale di ogni grandezza fisica è affetta da un'incertezza sul suo valore.

Si parla quindi di *intervallo di incertezza* (o di *confidenza*) entro cui il valore della grandezza fisica, il *valore vero*, si può pensare sia collocato.

Ciò che si può fare, e che si deve fare a seconda delle necessità, è minimizzare questo intervallo, ma non si deve mai pensare di poterlo ridurre a zero.

Ogni misura sarà quindi scritta nella seguente forma:

(valore numerico ± incertezza sulla misura) Unità di misura

L'errore di misura limita il numero di **cifre significative** (*) da attribuire alla misura stessa.

(*) Sulle cifre significative c'è un capitolo apposito.

Da cosa dipende l'intervallo di incertezza?

Dalle caratteristiche dello strumento di misura.

Dal metodo, o procedimento usato, di misura.

Da fattori imprevedibili, sia esterni sia interni, che possono intervenire sia sullo strumento che sull'esperimento.

Classificazione delle incertezze della misura

Errori sistematici

Errori casuali
o accidentali

La media aritmetica delle misure eseguite

Se per limitare gli effetti degli errori occorre ripetere più volte una stessa misura, che valore assumere per scriverne il risultato?

Una volta eseguite N misure: x_1, x_2, … , x_N; si assume come **risultato più attendibile** il valore medio aritmetico delle misure:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}$$

dove x_M è il valore medio calcolato sulle N misure eseguite.

esempio

Errore massimo o assoluto

Ogni misura è affetta da errore, come scriverlo?

Per indicarlo in generale si usa la lettera greca δ (anche la Δ) seguita dal simbolo della misura: δx.

L'errore δx è detto errore massimo o errore assoluto.

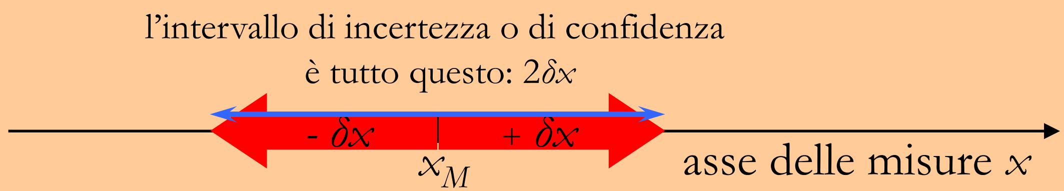
Si dice assoluto perché è omogeneo (stesse dimensioni fisiche) con la grandezza cui fa riferimento.

Per la natura aleatoria dell'errore casuale ogni risultato apparirà nella forma:

$$\text{grandezza misurata: } (x_M \pm \delta x)\text{unità di misura}$$

Cosa significa $\pm\delta x$?

$\pm\delta x$ significa che abbiamo a che fare con un intervallo, intorno al valore medio delle misure, entro cui riteniamo che la quantità misurata si trovi.



Errore relativo e percentuale

Per poter avere un'idea della precisione con la quale è stata svolta una misura, un'indicazione della qualità di una misura, non basta l'errore assoluto. A tale scopo è stato definito l'errore relativo:

$$\delta_{rel}x = \frac{\delta x}{x_M} \qquad \text{errore relativo} = \frac{\text{errore assoluto}}{\text{valor medio}}$$

L'errore relativo è un **numero adimensionale**. Come facilmente si evince dalla sua definizione.

Moltiplicando l'errore relativo per 100 si ha l'**errore percentuale**, $\delta_{\%}x$:

$$\delta_{\%}x = \frac{\delta x}{x_M} \cdot 100\%$$

Gli errori relativo e percentuale, oltre a permettere di capire la precisione con la quale una misura viene eseguita, permettono di confrontare misure di grandezze fisiche non omogenee.

Cifre significative

Non ha senso attribuire ad una misura più cifre significative di quanto la risoluzione di uno strumento consenta.
Quindi, se il calcolo indicasse un valore con una risoluzione maggiore dello strumento usato per la misura diretta, questo valore andrà **arrotondato**.

L'arrotondamento dev'essere fatto sia sul valor medio delle misure, sia sugli errori (o incertezze), ma prima sugli errori. Poi, in base alle cifre significative dell'errore dopo l'approssimazione, si arrotonderà il valor medio.

Arrotondamento errori   Arrotondamento misure

La propagazione degli errori

Che errore attribuire all'area di un rettangolo che, come sappiamo, è ottenuta dal prodotto dei lati, le cui misure sono comprensive degli errori assoluti?

Ovvero, come va determinato l'errore che **da misure dirette si propaga a misure indirette**?

Analizzeremo solo i seguenti casi (x e la misura indiretta; a, b, c,… quelle dirette):

$$x = a + b + c + \dots$$
$$x = a - b + c + \dots$$

Errori nelle somme e nelle differenze

$$x = a \cdot b \cdot c \cdot d \cdots \qquad x = a \cdot \frac{b}{c} \cdot d \cdots$$

Errori nei prodotti e quozienti

$$x = \mathrm{k} \cdot a$$

Errori nel prodotto con una costante

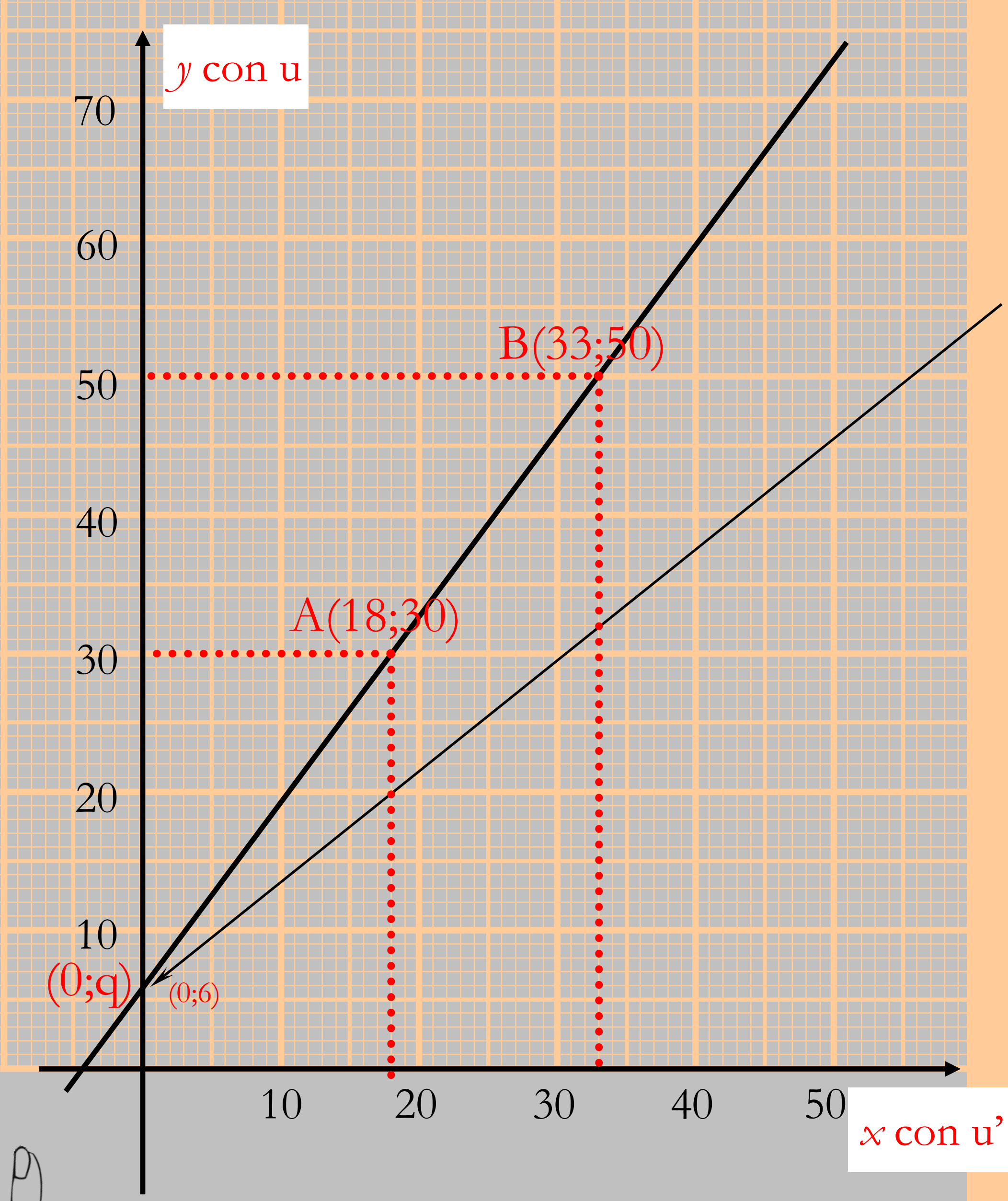
$$x = a^n$$

Errori nell'elevamento a potenza

Grafici

I valori delle misure possono essere riportati su carta millimetrata.
In molti casi, unendo i valori si ottiene il grafico di una retta.
Ci soffermeremo su questo caso.

Grafici



L’equazione generica di una retta come quella a fianco è:

$$y = \mathrm{m}x + \mathrm{q}$$

q è l’ordinata del punto in cui la retta interseca l’asse delle ordinate, questo punto ha ascissa 0: intercetta a zero

m è detto *coefficiente angolare* ed è un’indicazione di quanto la retta sia pendente rispetto all’asse delle ascisse:

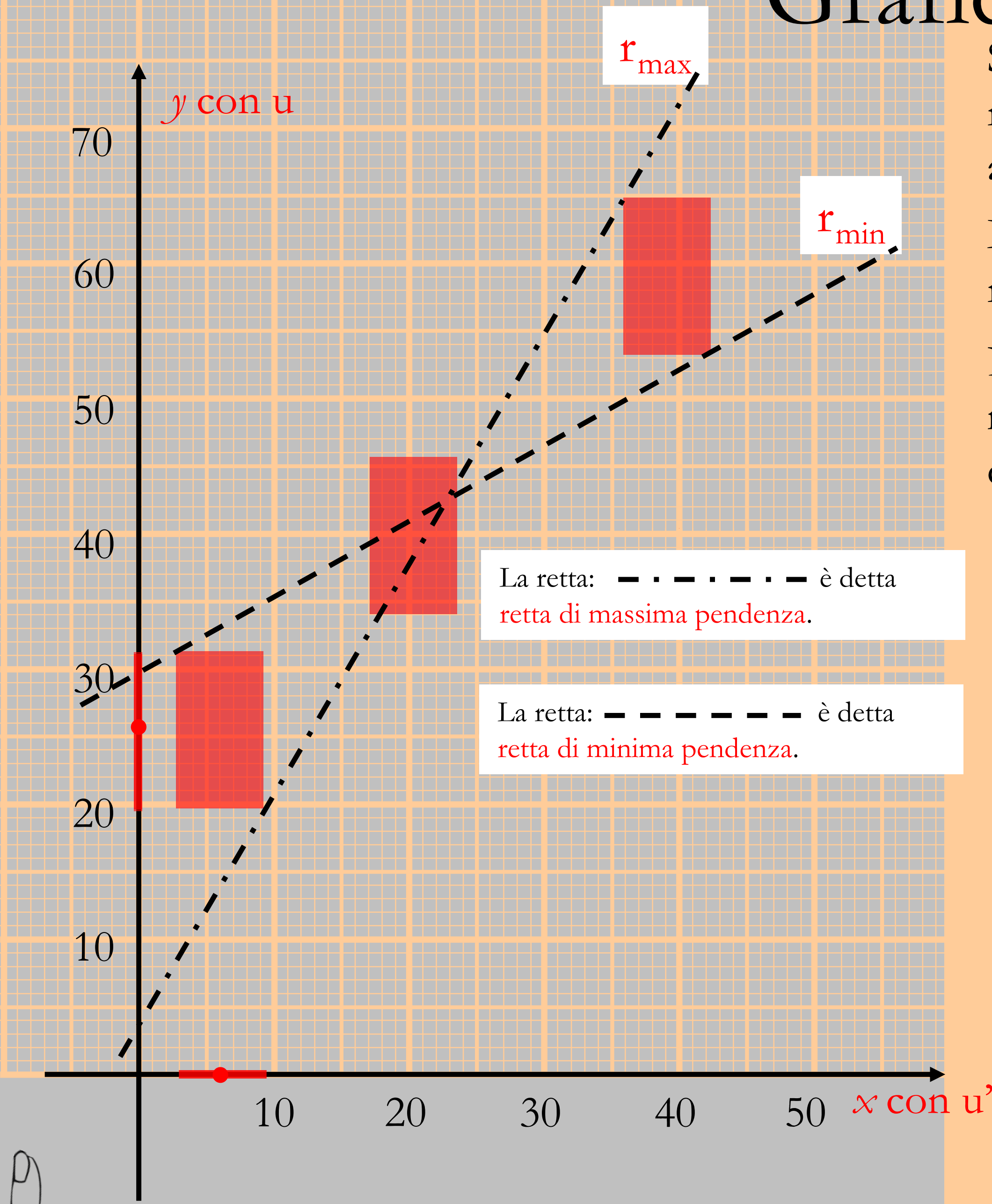
$$\mathrm{m} = \frac{y_\mathrm{A} - y_\mathrm{B}}{x_\mathrm{A} - x_\mathrm{B}}$$

Nell’esempio a lato:

$$\mathrm{m} = \frac{30-50}{18-33}\frac{\mathrm{u}}{\mathrm{u'}} = \frac{-20}{-15}\frac{\mathrm{u}}{\mathrm{u'}} = \frac{4}{3}\frac{\mathrm{u}}{\mathrm{u'}}$$

$$y = \frac{4}{3}\frac{\mathrm{u}}{\mathrm{u'}}x + 6\mathrm{u}$$

Grafici

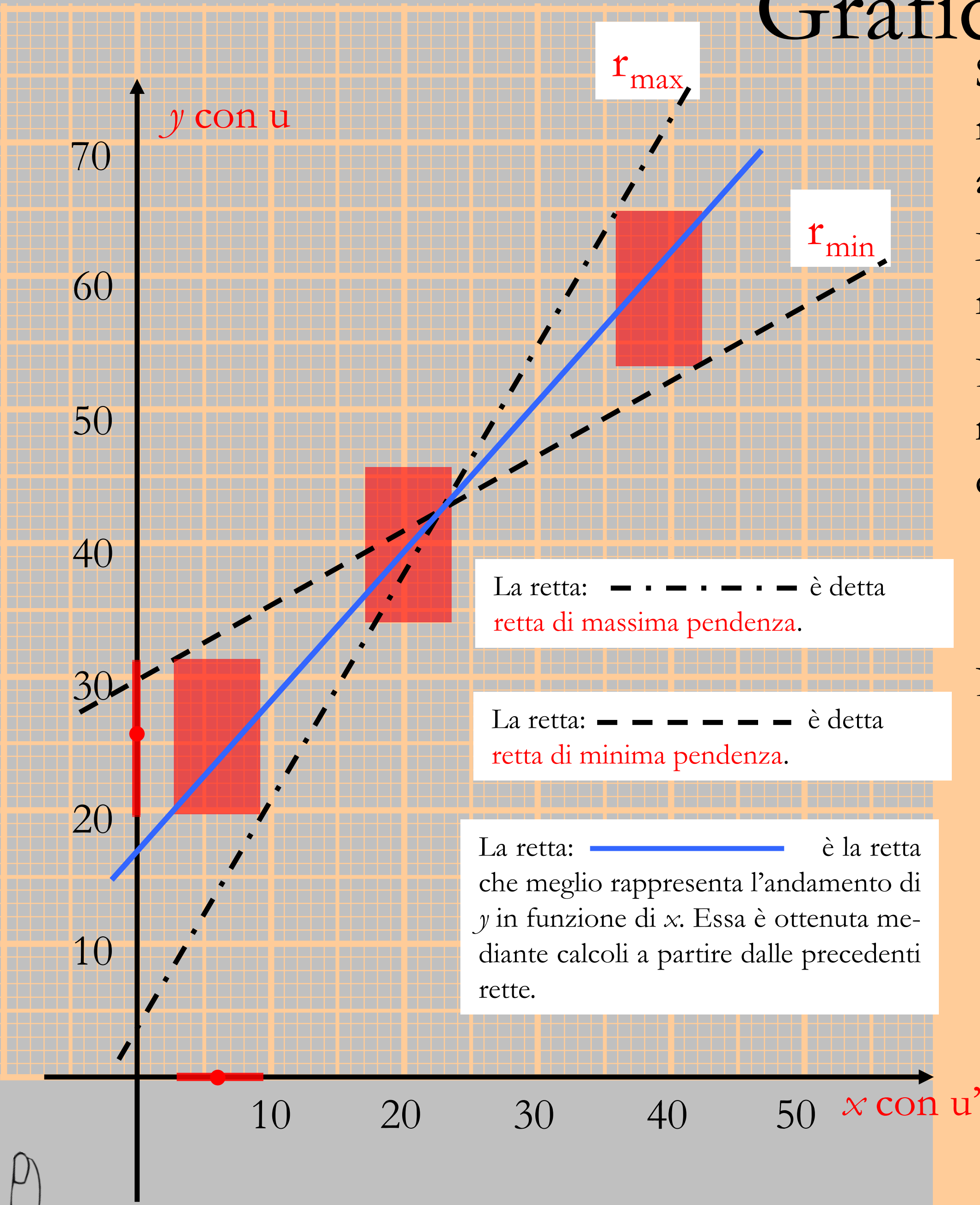


Siccome ogni dato è accompagnato dall'errore assoluto, sui grafici va rappresentato anch'esso. Si otterrà lo schema a lato.

La domanda è: qual è la migliore retta che rappresenta le misure riportate?

Per prima cosa si tracciano due rette, Una di minima pendenza, l'altra di massima pendenza.

Grafici



Siccome ogni dato è accompagnato dall'errore assoluto, sui grafici va rappresentato anch'esso. Si otterrà lo schema a lato.

La domanda è: qual è la migliore retta che rappresenta le misure riportate?

Per prima cosa si tracciano due rette, Una di minima pendenza, l'altra di massima pendenza.

$$m_{max} = 1{,}8 \text{ u} \qquad q_{max} = 4 \text{ u'}$$

$$m_{min} = 0{,}6 \text{ u} \qquad q_{min} = 30 \text{ u'}$$

Per la retta migliore r* si calcolano m* e q*:

$$m^* = \frac{m_{max} + m_{max}}{2} = 1{,}2u \qquad q^* = \frac{q_{r_{min}} + q_{r_{max}}}{2} = 17u'$$

$$y^* = (1{,}2u)x + 17u'$$

Per gli errori massimi su m* e q*:

$$\delta m^* = \frac{m_{max} - m_{min}}{2} = \frac{1{,}8 - 0{,}6}{2}\text{u} = 0{,}6\text{u}$$

$$\delta q^* = \frac{q_{min} - q_{max}}{2} = \frac{30 - 4}{2}\text{u'} = 13\text{u'}$$

Grafici

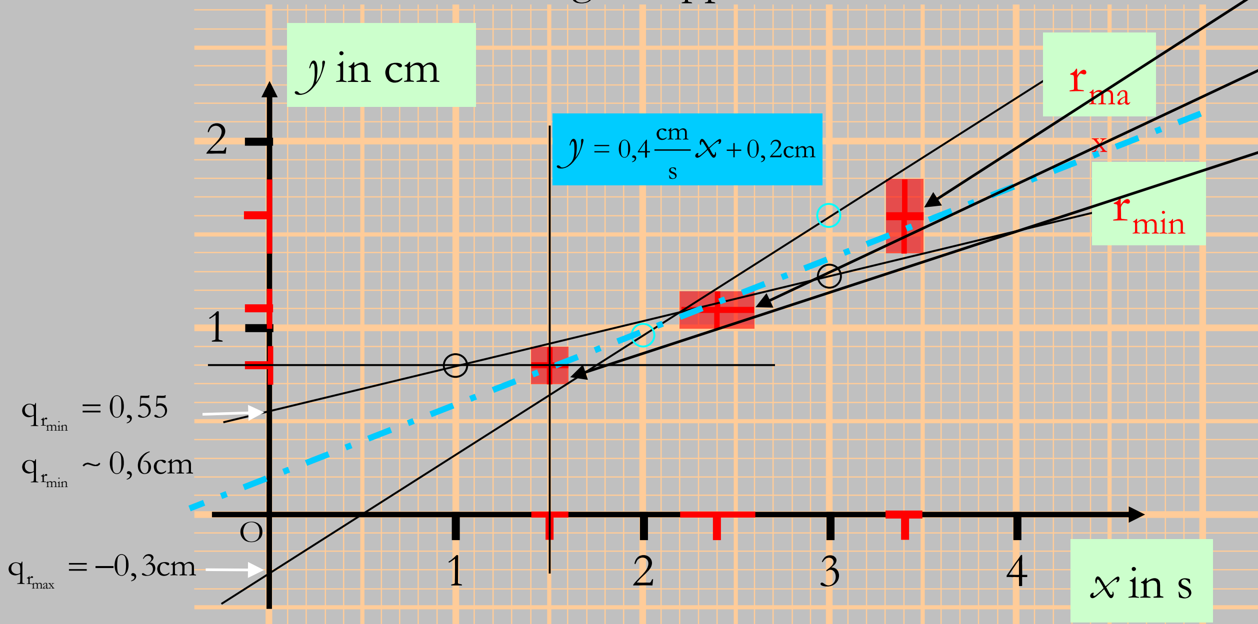
Su x: 1 mm = 0,1 s   Su y: 1 mm = 0,1 cm

Un esempio: Dopo aver riportato su un piano cartesiano i "punti" A, B, e C, trovare la retta che meglio rappresenta l'andamento.

$C \equiv [(3{,}4 \pm 0{,}1)\text{s};(1{,}6 \pm 0{,}2)\text{cm}]$

$B \equiv [(2{,}4 \pm 0{,}2)\text{s};(1{,}1 \pm 0{,}1)\text{cm}]$

$A \equiv [(1{,}5 \pm 0{,}1)\text{s};(0{,}8 \pm 0{,}1)\text{cm}]$



$$m_{max} = \frac{1-1{,}6}{2-3}\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0{,}6\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$r_{max}: y = 0{,}6\frac{\text{cm}}{\text{s}}x - 0{,}3\text{cm}$$

$$m_{min} = \frac{0{,}8-1{,}3}{1-3}\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0{,}25\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$r_{min}: y = 0{,}2\frac{\text{cm}}{\text{s}}x + 0{,}6\text{cm}$$

$$m^* = \frac{0{,}6+0{,}2}{2}\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0{,}4\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$q^* = \frac{0{,}6+(-0{,}3)}{2}\text{cm} = 0{,}15 \sim 0{,}2\text{cm}$$

$$\delta m^* = \frac{m_{max}-m_{min}}{2} = \frac{0{,}6-0{,}2}{2}\frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0{,}2\frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\delta q^* = \frac{q_{r_{min}}-q_{r_{max}}}{2} = 0{,}4\text{cm}$$

$$\{r^*\}: y = (0{,}4 \pm 0{,}2)\frac{\text{cm}}{\text{s}}x + (0{,}2 \pm 0{,}4)\text{cm}$$